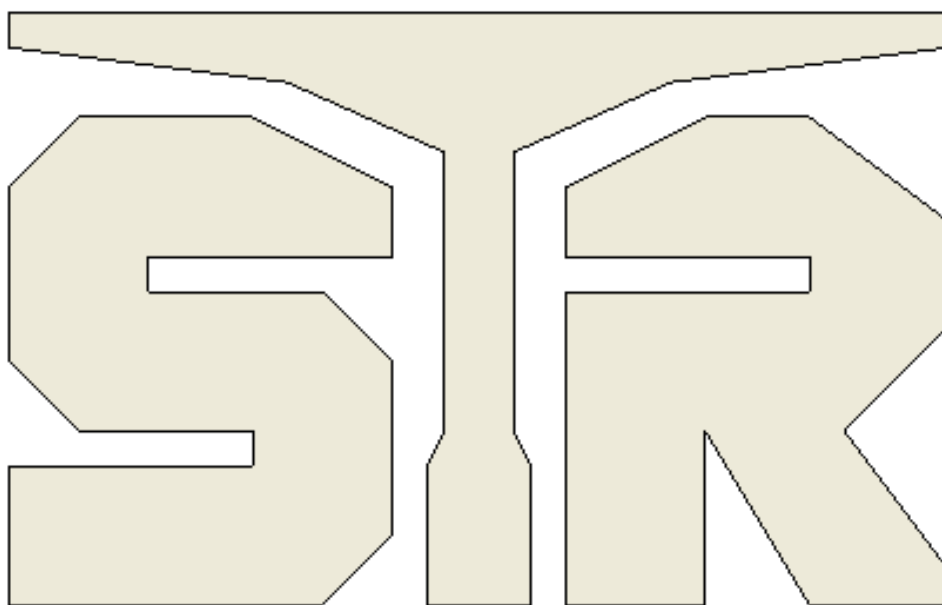


STR SECCIONES

Cálculo de propiedades mecánicas de secciones



STR Ingeniería SL

www.stringeneria.com

info@stringeneria.com

Versión 3.7

2016

STR SECCIONES

Cálculo de propiedades mecánicas de secciones

INDICE:

INTRODUCCIÓN	3
CONCEPTOS BÁSICOS	4
SISTEMAS DE COORDENADAS	5
INICIO DE LA APLICACIÓN	7
DEFINICIÓN DE SECCIONES	8
FUNCIONES PRINCIPALES Y MENÚS	12
LIBRERIAS DE SECCIONES	13
FORMATO DE LOS ARCHIVOS	13
CÁLCULO DE ESFUERZOS ÚLTIMOS N_u, M_u, M_{uz}	14
MEMORIA DE CÁLCULO	17
DOCUMENTACIÓN Y NORMATIVAS	17
CÁLCULO DE PROPIEDADES MECÁNICAS	18
CÁLCULO DE ESFUERZOS NORMALES ÚLTIMOS DE UNA SECCIÓN	22
CÁLCULO ELÁSTICO DE SECCIONES SOMETIDA A SOLICITACIONES NORMALES	27

INTRODUCCIÓN

StrSecciones es una aplicación que permite el cálculo de propiedades geométricas que influyen en el comportamiento mecánico de secciones, tales como **áreas**, **inercias** y posición de **centro de gravedad**, así como el cálculo de **resistencias últimas** de secciones, si se definen los materiales que forman las secciones.

Es necesario leer, conocer y aceptar los términos de la licencia para el uso de la aplicación. Puede acceder a los términos de la licencia de uso mediante el menú *?Licencia de uso*.

StrSecciones puede funcionar como aplicación independiente, o como parte o módulo de otras aplicaciones en las que se necesite de dicho cálculo.

StrSecciones ha sido desarrollado por '*STR Ingeniería*' como módulo necesario para el funcionamiento de la aplicación '*STR Cálculo de Estructuras*'.

Las secciones que se pueden calcular son muy variadas e ilimitadas. Se pueden grabar en archivos formando librerías de secciones.



Ejemplos de formas de secciones tipo

Se pueden definir secciones con tantos contornos como se necesite. Cada contorno puede ser hueco o macizo. Cada contorno puede formar una poligonal o un conjunto de círculos.

Se pueden definir tantos materiales como sea necesario. Cada contorno puede tener definido un material diferente. En el caso de varios materiales, homogeneizamos los contornos al material definido a nivel de sección.

En caso de que no se asigne material, se obtendrán las propiedades mecánicas correspondientes a la geometría de la sección (área, inercias, posición del c.d.g.) suponiendo que todos los contornos están compuestos del mismo material.

CONCEPTOS BÁSICOS

Para el uso de *StrSecciones* debe conocer la siguiente información:

1. Cada sección se define mediante contornos.
2. Principalmente existen dos tipos de contornos: Contornos circulares o poligonales.
3. Para facilitar el uso del programa, existen plantillas de contornos predefinidos, que permiten generar las formas más comunes con unos pocos parámetros. Por ejemplo, para generar un contorno rectangular, usamos una plantilla en la que introducimos el ancho y el canto, en vez de definir las coordenadas de los vértices del contorno.
4. Las coordenadas de los vértices de un contorno se introducen en relación a su propio sistema de coordenadas. Es decir, para facilitar el trabajo, buscaremos para cada contorno el sistema de coordenadas que nos sea más sencillo de utilizar. Éste no tiene porque coincidir con el sistema de coordenadas de la sección (ver siguiente apartado). Posteriormente, podemos desplazar o rotar los contornos definidos para formar la sección deseada.
5. Cada contorno puede tener definido un material, de manera que podamos obtener las propiedades de la sección homogeneizas a uno de los materiales (el indicado a nivel de sección). Si no se definen materiales, se suponen todos los contornos del mismo material.
6. Es posible indicar en un contorno el material a descontar. Por ejemplo, para una armadura definida con un contorno que tenga como material acero, es posible indicar el hormigón como material a descontar, de manera que no se tenga en cuenta el hormigón definido en el espacio ocupado por las armaduras.
7. Se suponen todos los contornos conectados entre si. Es decir, no pueden existir desplazamientos relativos entre ellos que modifiquen áreas, inercias o posición del centro de gravedad.
8. Si los contornos se superponen, las áreas siguen sumándose. El programa no calcula intersecciones entre contornos. Se pueden definir contornos huecos, para facilitar la introducción de secciones complejas. Un contorno hueco supondrá un área y unas inercias negativas a superponer a otro contorno del mismo material, quedando como resultado un hueco.
9. Las inercias se calculan respecto los ejes (y,z) que pasan por el centro de gravedad de la sección.
10. La inercia a torsión sólo se calcula en secciones circulares, rectangulares, tubos o cajones.
11. Los materiales y las secciones deben definirse en las mismas unidades (Usamos unidades coherentes: Es decir, si definimos las coordenadas y medidas de la sección en metros, la E del material se definirá usando el metro como unidad de longitud, por ejemplo, podremos usar kN/m^2).

SISTEMAS DE COORDENADAS

Para facilitar la introducción de datos de secciones, y la interpretación de resultados, definimos los siguientes sistemas de coordenadas:

1. **(U,V) Sistema de coordenadas principal**, único para cada **sección**, elegido por el usuario. Es importante su orientación debido a que los ejes (y,z) sobre los que obtenemos los resultados son paralelos a éstos.
2. **(ui,vi) Sistema de coordenadas del contorno i**, elegido por el usuario, de manera que le resulte cómodo definir el contorno. Una vez definido un contorno podemos realizar operaciones de traslación y giro del contorno completo.
3. **(y,z) Sistema de coordenadas paralelo a (U,V)** pasando por el centro de gravedad **g**. Los ejes (y,z) de la sección coinciden con los **ejes (y,z) locales de las barras** de la aplicación *STR Cálculo de estructuras* (o en general, con los ejes locales de las barras usadas en un cálculo matricial estándar).

El sistema de coordenadas del contorno (ui,vi) se relaciona con el sistema de coordenadas de la sección (U,V) mediante las coordenadas del origen (Uoi,Voi) y su giro θ_i . El giro θ_i se aplica respecto al punto (Uoi,Voi), es decir, desde el origen de coordenadas del contorno i.

Elegiremos los sistemas de coordenadas que nos faciliten la introducción de los datos y nos den las inercias en las direcciones que necesitamos.

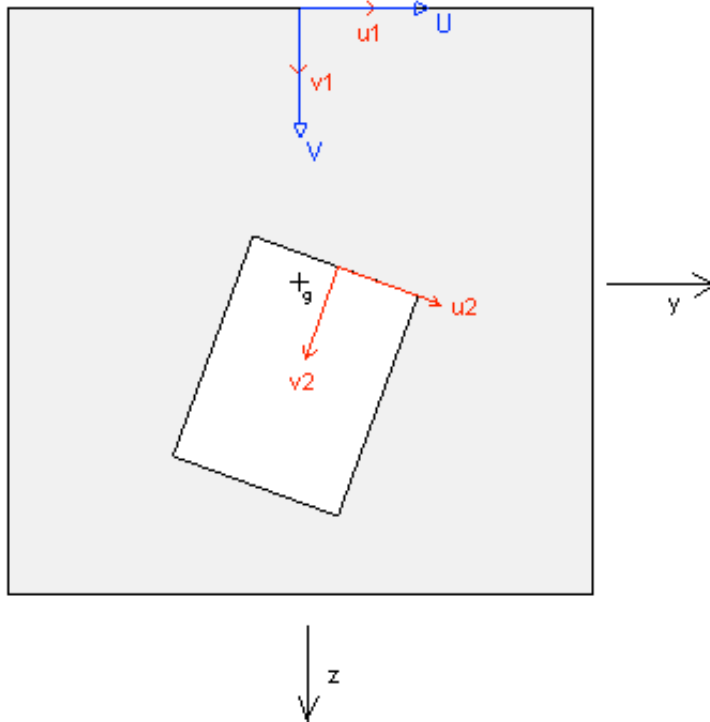
Para secciones predefinidas, los ejes (U,V) de la sección y los ejes (ui,vi) de los contornos, también están predefinidos de una manera lógica y sencilla.

Por ejemplo:

- En una sección circular, todos los ejes pasan por el centro de gravedad de la sección.
- En secciones rectangulares, T, doble T, C, doble C, U, marcos,... los ejes (U,V) y (ui,vi) tienen su origen en la parte superior de la sección, en el punto medio del ala. Los ejes (y,z) son paralelos a (U,V) pasando por g.

Los datos principales que calculamos son:

- Área de sección, ancho máximo, canto máximo, ancho y canto en cada punto.
- Coordenadas de g, en el sistema (U,V): (U_g, V_g)
- Inercias respecto ejes (y,z) es decir respecto a los ejes que pasan por g, paralelos a (U,V)



Ejemplo definición de s. de coordenadas:

Sección formada por 2 contornos:

- Contorno 1: Cuadrado macizo
- Contorno 2: Rectángulo hueco con traslación y giro.

Sistemas de coordenadas:

(U,V) sistema coordenadas principal

$(u1,v1)$ sistema coord. contorno 1

$(u2,v2)$ sistema coord. contorno 2

(y,z) Paralelos a (U,V) pasando por g

g representa el centro de gravedad de la sección completa, incluyendo todos los contornos.

Por ejemplo, en un cálculo matricial de estructuras, los ejes locales de una barra, serán (x,y,z) , siendo x perpendicular al plano donde definimos la sección y pasando por g.

En el caso de que existan varios materiales, el cálculo de áreas e inercias se realiza respecto al material indicado en la definición de la sección, que actúa como material de homogeneización.

La homogeneización consiste en multiplicar el “ancho de cada fibra” por un coeficiente $n=E_i/E_h$, siendo E_i el módulo de elasticidad del material del contorno y E_h el módulo de elasticidad del material de homogeneización (el asignado a nivel de sección). (Ver apartado de memoria de cálculo).

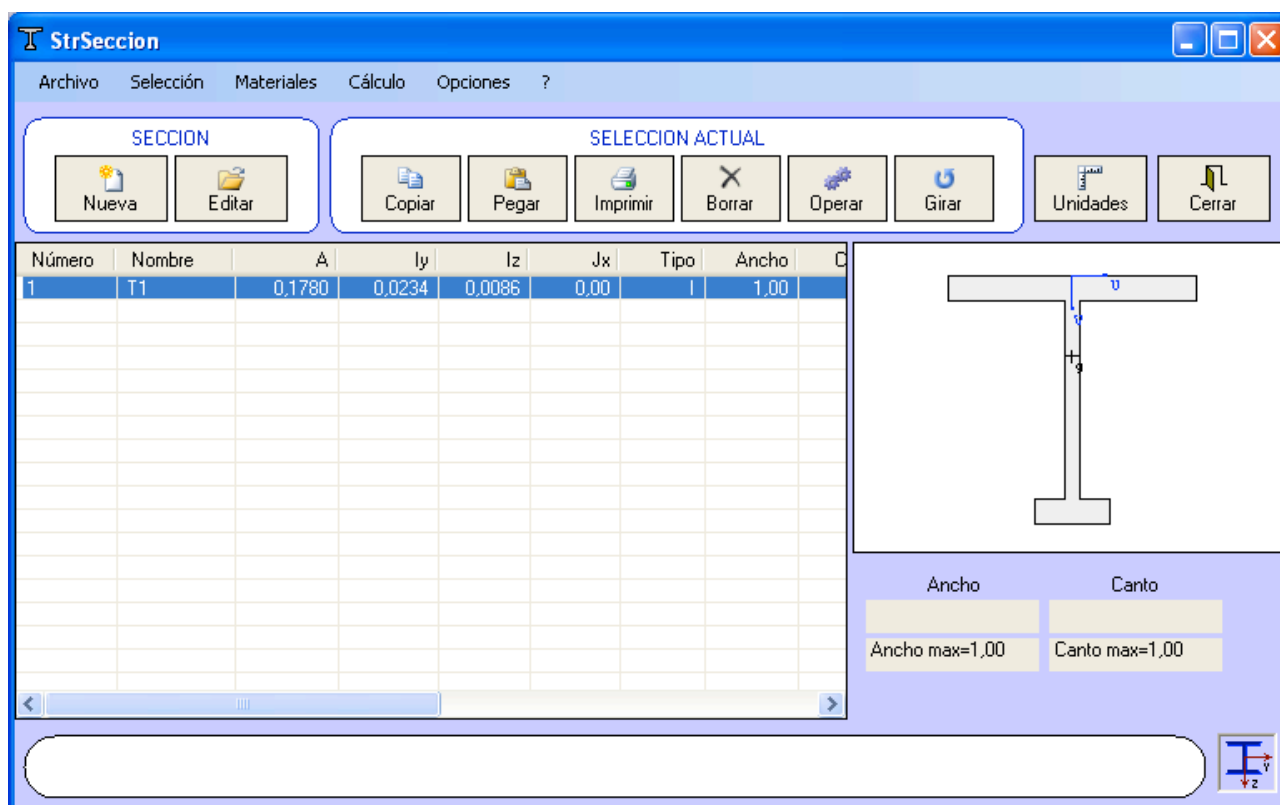
Ponemos entre comillas el “ancho de cada fibra” ya que nos referimos a las fibras paralelas al eje respecto del cual calculamos las inercias, por lo que ese “ancho” en realidad se mide en la dirección paralela a “y” para la inercia I_y y paralelo a “z” para la inercia I_z .

INICIO DE LA APLICACIÓN

Puede iniciar la aplicación ejecutando *StrSeccion.exe* o bien desde las aplicaciones que usen StrSecciones como módulo, como por ejemplo ‘STR Cálculo de Estructuras’.

La pantalla principal de la aplicación se divide en los siguientes elementos:

- Barra de menú.
- Barra de herramientas.
- Lista de secciones y dibujo de la sección actual.



DEFINICIÓN DE SECCIONES

Para crear una nueva sección, pulsamos el botón correspondiente de '*Nueva sección*'. Se mostrará la siguiente pantalla:

Es fundamental indicar la unidad de medida que vamos a emplear.

Pulsando la opción de '*Sección con geometría*' pasaremos a definir el primer contorno:

Para la definición de un contorno indicaremos:

- 1.- NOMBRE DEL CONTORNO.
- 2.- TIPO DE CONTORNO: Forma predefinida o por coordenadas.
- 3.- VARIABLES de la forma predefinida o bien la COORDENADAS de los vértices.
- 4.- SIGNO del contorno (hueco o macizo).
- 5.- MATERIAL del contorno.
- 6.- MATERIAL A DESCONTAR del contorno (normalmente usaremos esta opción para descontar el hormigón desplazado por las armaduras)

En caso de que sea una forma predefinida, el sistema de coordenadas se ubica por defecto en la parte superior de la sección (excepto en formas circulares, que se sitúa en el centro de la sección). A veces deseamos ubicarlo en otra posición, especialmente si necesitamos girar el contorno para definir la sección final. Por ello, para las formas predefinidas, podemos variar el origen de coordenadas mediante los valores (Δu , Δv). Esto no es necesario en el caso de secciones definidas por coordenadas, ya que en dicho caso, introducimos las coordenadas tomando el sistema de referencia que necesitemos.

Las formas o plantillas predefinidas disponibles son:

- Sin geometría: Se introducen área e inercias directamente.
- Sección en doble T
- Sección en T
- Sección en T invertida
- Sección en C
- Sección en doble C
- Sección en U
- Sección en U invertida
- Sección en L
- Sección en doble L
- Sección en L invertida
- Sección en doble L invertida
- Sección en cajón rectangular
- Sección en tubería
- Sección rectangular
- Sección circular
- Sección definida por contornos.

Definición de contorno

Nombre del contorno: Material: 1 HA Mat. descontar: Opciones:

Propiedades mecánicas del contorno

Compresión (bru): Área: Inercia ug: ug: Ancho:
 Acciones tipo 0: ☒ Propiedades reducidas Inercia vg: vg: Canto:

Tipo de contorno ☐ Coordenadas ☐ Armadura Signo: MACIZO:Horario HUECO:Antihorario

Tipo de contorno: Cajón

Variables

Variable 1: Variable 4:
 Variable 2: Variable 3:

Posición origen coordenadas del contorno

☐ Centrado
 Esta opción desplaza el origen de coordenadas por defecto para la forma seleccionada

Al situarnos sobre un vértice, se visualiza el número de vértice y las coordenadas correspondientes.

En la barra superior, es posible definir el nombre del contorno, el material del contorno y el material a descontar (este último normalmente usado en contornos tipo armadura).

Las propiedades correspondientes al contorno, se pueden obtener para el material definido en el contorno o para el material de homogeneización de la sección (marcando el check de '*Propiedades reducidas*').

Contornos definidos manualmente por coordenadas

En los contornos definidos por coordenadas es posible:

- Modificar la posición de los vértices gráficamente, haciendo click sobre un vértice y desplazando el vértice a su nueva posición.
- Generar nuevos vértices, simplemente desplazando el punto medio de cualquier segmento del contorno.
- Eliminar vértices, desplazando gráficamente un vértice hasta que coincida con otro vértice adyacente.

Los contornos pueden ser:

- **POLIGONALES:** La sección se define mediante coordenadas. Por defecto, las coordenadas definidas en sentido horario forman una sección maciza y las coordenadas definidas en sentido antihorario forman un hueco. El último vértice definido se une con el primero para cerrar el contorno.
- **CIRCULARES:** Cada círculo se define por las coordenadas del centro y su radio. Por defecto, radios positivos forman secciones macizas y radios negativos forman huecos.

Para que el dibujo de la secciones sea correcto, es necesario comenzar a definir la sección desde su parte más externa, es decir, primero la parte maciza y posteriormente los huecos si los hay.

FUNCIONES PRINCIPALES Y MENÚS

Desde la pantalla principal de la aplicación, es posible realizar las siguientes tareas:

OPERACIONES BASICAS:

- Crear una nueva sección (Menú *Archivo-Nueva sección* o botón de la barra de tareas)
- Editar la sección seleccionada en la lista (Menú *Archivo-Editar sección* o botón correspondiente en la barra de tareas)
- Definición de Materiales (Menú *Materiales*)
- Cálculo de resistencia última de sección sometida a solicitaciones normales (Menú *Cálculo*)

OPERACIONES CON ARCHIVOS:

- Grabar el conjunto de secciones actual en un archivo (Menú *Archivo-Grabar*)
- Incorporar al conjunto de secciones actual, las secciones contenidas en un archivo (Menú *Archivo-Importar*). Se puede elegir entre incorporar todas las secciones del archivo o pasar a una pantalla de selección de la secciones a importar.

OPERACIONES CON UNA SELECCION DE SECCIONES:

- COPIAR las secciones: Copia en la memoria del sistema la definición de las secciones seleccionadas (para copiar la imagen de la sección, despliegue el menú contextual pulsando con el botón derecho sobre la imagen de la sección)
- PEGAR las secciones: Pega las secciones contenidas en la memoria del portapapeles de Windows (obtenidas mediante copiar) generando nuevas secciones.
- IMPRIMIR las secciones.
- BORRAR las secciones.
- OPERAR las inercias de las secciones: Se quitará el check de recalcular propiedades en función de la geometría.
- GIRAR en su plano las secciones seleccionadas un número de grados dado.

LIBRERIAS DE SECCIONES

Normalmente usaremos librerías donde almacenaremos las secciones tipo usadas con más frecuencia.

Crear una nueva librería de secciones:

- Definimos las secciones que formarán parte de la librería.
- Pulsamos la opción '*Menú-Archivo-Grabar*'.
- Indicamos la ruta del archivo.

Importar secciones de una librería al proyecto actual:

- Pulsamos la opción '*Menú-Archivo-Importar*'.
- Seleccionamos las secciones a importar.
- Pulsamos el botón de '*Importar selección*'.

FORMATO DE LOS ARCHIVOS

StrSecciones almacena los datos de librerías de secciones en un formato de texto plano, que puede editarse desde otras herramientas.

La separación de datos se puede realizar por tabuladores y/o espacios. Ejemplo:

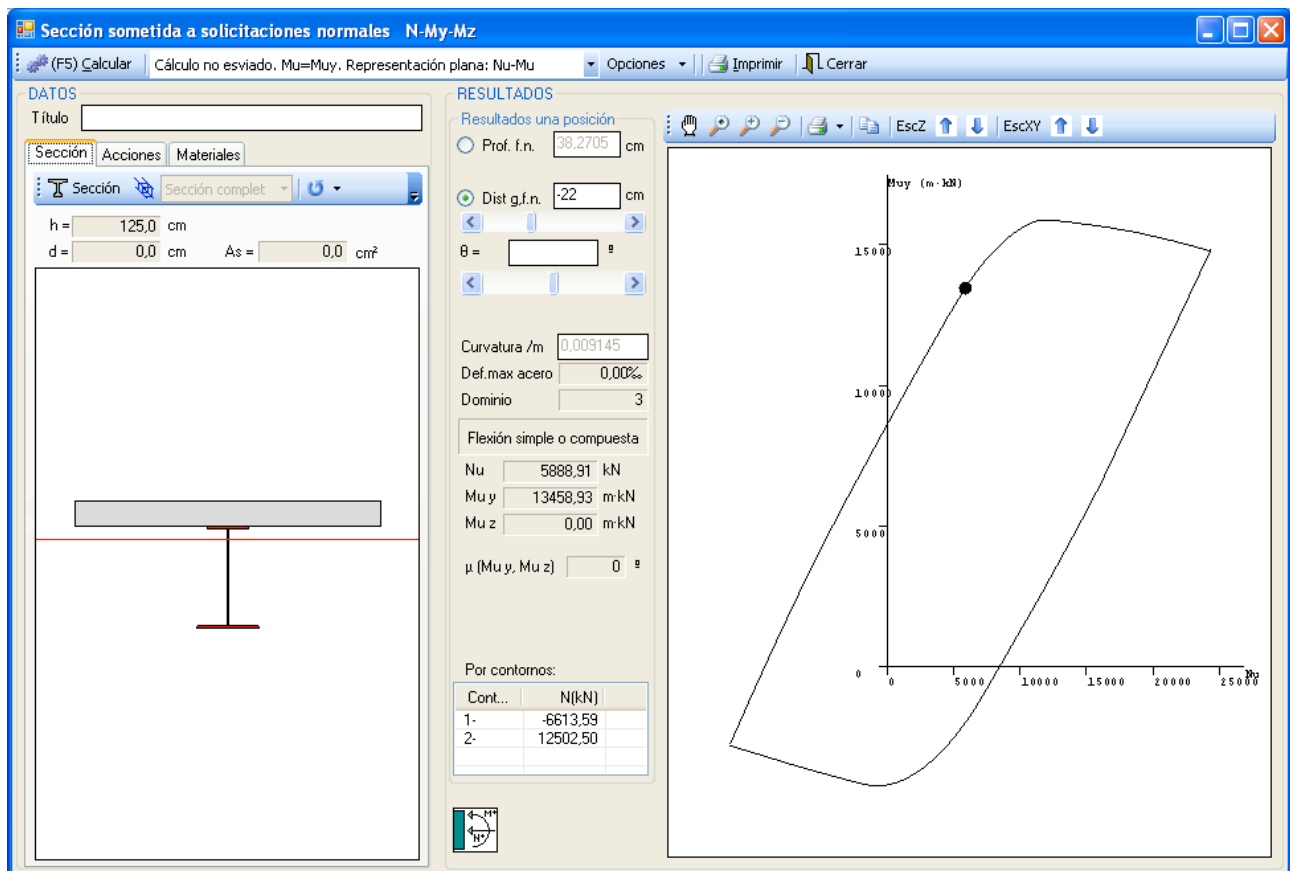
```
* SECTIONS
> SECTION      A      I1      I2      J      UD      K      NO_CALC      NAME
      1  1.571    0.1359    0.34325    0.2      -      1      0      -
> SECTION  CONTOUR  CONTOUR.TYPE  UC  VC  TETA  D1  D2  D3  INC_U  INC_V  SIGN  CONT.NAME
      1      1          15      0  0    0  1  0  0    0    0    0
      1      2          15  0.79 0.31    0  1  0  0    0    0    0
```

CÁLCULO DE ESFUERZOS ÚLTIMOS N_u, M_{uy}, M_{uz}

El programa es capaz de calcular los diagramas N, M para las secciones siempre que se hayan definido los materiales de cada contorno, además de la definición geométrica.

Para acceder al diagrama de solicitaciones normales últimas:

- Seleccionamos la sección a calcular en la lista de secciones
- Pulsamos el menú *Calculo - Esfuerzos últimos*



Disponemos de los siguientes componentes en la pantalla:

Menú superior

- **Botón de recalcular**: Permite actualizar toda la información tras modificar datos u opciones.
- **Desplegable para elección del tipo de cálculo**:
 - **Cálculo no esviado: $M_u = M_{uy}$** (Ignoramos M_{uz}): Representación plana del diagrama Nu-Mu. Usado para secciones con simetría respecto eje z vertical, trabajando a flexión compuesta M_y . Es el caso más habitual.
 - **Cálculo no esviado: $M_u = M_{uz}$** (Ignoramos M_{uy}): Representación plana del diagrama Nu-Mu. Usado para secciones con simetría respecto eje y vertical, trabajando a flexión compuesta M_z . Es un caso poco frecuente.
 - **Cálculo esviado 3D**: Es el caso general Nu- M_{uy} - M_{uz} . Representación en 3D del diagrama. Usado para secciones esviadas en forma, o bien con esfuerzos $M_y - M_z$ actuando conjuntamente. Es una caso frecuente para el cálculo de pilares. En determinadas secciones muy esviadas en forma, los resultados son muy difíciles de interpretar.
 - **Cálculo esviado plano vertical**: Representación plana de un corte vertical del diagrama 3D anterior, dado un ángulo μ que forman los momentos M_{uy} y M_{uz}
 - **Cálculo esviado plano horizontal**: Representación plana de un corte horizontal del diagrama 3D, dado Nu.
 - **Diagrama momento curvatura**.
- **Selección de opciones de cálculo**:
 - Divisiones de cálculo de la sección: Es el número de franjas en que dividimos un contorno para el cálculo de tensiones. Como indicamos en el método de cálculo, cada contorno es dividido en un número finito de franjas, transformándose el contorno en un conjunto de rectángulos con lados paralelos y perpendiculares a la fibra neutra. El valor por defecto es 100. El valor por tanto, influye en el caso de que se produzcan cambios de anchura fuertes del contorno. En dichos casos interesará poner valores muy altos si queremos ganar precisión.
 - Número de divisiones verticales por cada cuadrante: N° de 'rodajas' verticales del gráfico 3D.
 - Momentos en valor absoluto: Simplificamos el cálculo o no, por simetría.
 - Usar toneladas como ud de fuerza. Por defecto usamos kN.

- Calcular inercia fisurada. Permite obtener un cálculo de la inercia fisurada de la sección.
 - Cambio de signo, para usar las tracciones como signo positivo de los axiles.
 - LOG: Posibilidad de obtener un detalle de las operaciones realizadas para el cálculo de un punto concreto del diagrama.
-
- Botón de impresión de resultados.
 - Botón de cerrar la pantalla.

Panel de datos:

- Definición de la sección, materiales, situación de proyecto y esfuerzos actuantes.
- Visualización de la sección.

Panel de resultados:

- Obtención del diagrama calculado.
- Opciones de visualización e impresión: Zoom, desplazamiento, escala de ejes.
- Copiar la imagen del diagrama al portapapeles. Por ejemplo, permite pasarla a una memoria de cálculo en Word.
- Visualización del diagrama calculado.
- Lista de los N_u de cada uno de los contornos definidos en la sección de cálculo.
- Posibilidad de definir una posición de la fibra neutra, mediante su profundidad y ángulo, para obtener el cálculo concreto de un punto del diagrama. Una vez definida la posición de la fibra neutra obtenemos:
 - Valores N_u - M_{uy} - M_{uz}
 - Curvatura de la deformación última
 - Deformación máxima del acero
 - Ángulo μ que forman M_{uy} y M_{uz} .
 - Axil de cada contorno que forma la sección

MEMORIA DE CÁLCULO

DOCUMENTACIÓN Y NORMATIVAS

Para los cálculos de secciones, se ha empleado la siguiente documentación:

- Normativas EHE-98, EHE-08
- Construcción Mixta Hormigón-Acero (Julio Martínez Calzón, Jesús Ortiz Herrera)

CÁLCULO DE PROPIEDADES MECÁNICAS

El objetivo del programa es calcular las constantes mecánicas del programa, así como la comprobación de secciones a esfuerzos últimos.

PROPIEDADES DE LAS SECCIONES A CALCULAR:

- AREA (A): Superficie ocupada por la sección. (L²)
- Posición de CENTRO DE GRAVEDAD respecto de los ejes principales (U,V)
- INERCIA (I_y, I_z) Inercias respecto del eje 'y' y del eje 'z'. (L⁴)
- INERCIA A TORSIÓN (J) respecto del eje 'x', perpendicular a los ejes 'y' y 'z'. (L⁴)
(La inercia a torsión sólo la calcula el programa en secciones rectangulares, circulares o cajón. En otros casos, se debe introducir manualmente como dato).

INFLUENCIA DE LOS MATERIALES EN LAS AREAS E INERCIA:

El cálculo de las áreas e inercias depende exclusivamente de la geometría de la sección y los materiales empleados.

Debido a que en un caso general disponemos de varios contornos, con varios materiales, es necesario homogeneizar los resultados al material de homogeneización definido en la sección. Esto implica la definición de un coeficiente n para cada material:

$$n = E_m / E_b$$

Siendo: n = coeficiente de homogeneización del material m

· E_m = Módulo de elasticidad del material m

· E_b = Módulo de elasticidad del material de homogeneización

Lógicamente todos los materiales estarán definidos en las mismas unidades, y las secciones definidas con un único material, igual al de homogeneización, tendrán $n=1$.

En el caso específico del hormigón, la E no es constante en el tiempo, y definiremos además las constantes $j\phi_1$ y $j\phi_2$ para tener en cuenta los efectos de deformaciones diferidas:

- Constantes 0: $E_{m0} = E_c$ Sobrecargas (cualquier t) y carga permanente a $t=0$
- Constantes 1: $E_{m1} = E_c / (1 + j\phi_1)$ Carga permanente en situación final ($t > 0$)
- Constantes 2: $E_{m2} = E_c / (1 + j\phi_2)$ Redistribuciones diferidas, esfuerzos afines a la fluencia.

Por tanto, tendremos 3 valores de n : n_0 , n_1 , n_2 .

En la definición del hormigón indicaremos los valores de $j\phi_1$ y de $j\phi_2$.

CÁLCULO DE LAS PROPIEDADES DE UN CONTORNO:

Su cálculo se realiza mediante las siguientes fórmulas:

- $A_r = \int a_i \cdot di / n$
- $I_y = \int a_i \cdot z_i^2 \cdot di / n$
- $I_z = \int a_i \cdot y_i^2 \cdot di / n$

Siendo:

- a_i una porción de área infinitesimal de cada contorno (negativo si es un hueco).
- y_i la distancia de a_i al eje y
- z_i la distancia de a_i al eje z

La integración es sencilla debido a que los contornos están definidos por poligonales (con tramos rectos) y círculos, reduciéndose el problema al cálculo de áreas e inercias de rectángulos, triángulos y círculos.

Cálculo del área reducida (homogeneizada) del contorno i:

$$A_{ir} = \Sigma A_{ip} / n = \Sigma A_{ipr} \quad \text{Siendo } A_{ip} \text{ el área del polígono } p \text{ (} A_{ipr} = A_{ip} / n \text{) }^*$$

Cálculo de la posición (U_{gi}, V_{gi}) del centro de gravedad del contorno i:

$$U_{gi} = \Sigma (A_{ipr} \cdot U_{gp}) / A_{ir} \quad \text{Siendo } (U_{gp}, V_{gp}) \text{ las coordenadas del c.d.g del polígono } p$$

$$V_{gi} = \Sigma (A_{ipr} \cdot V_{gp}) / A_{ir}$$

Cálculo de inercias reducidas del contorno i:

$$I_{yir} = \Sigma I_{yp} / n + \Sigma (V_{gi} - V_{gp})^2 \cdot A_{ipr} \quad \text{Siendo } I_{yp} \text{ la inercia respecto y del polígono } p^*$$

$$I_{zir} = \Sigma I_{zp} / n + \Sigma (U_{gi} - U_{gp})^2 \cdot A_{ipr} \quad \text{Siendo } I_{zp} \text{ la inercia respecto z del polígono } p^*$$

* Debido a que es inmediato, no es necesario indicar en este apartado las fórmulas básicas del cálculo de áreas, inercias y centros de gravedad de los polígonos básicos necesarios: Rectángulo, triángulo y círculo.

CÁLCULO DE LAS PROPIEDADES DE LA SECCIÓN COMPLETA O UNA SUBSECCION:

En el caso de sección completa, se operará con todos los contornos, y en el caso de una sub-sección se usarán solamente los contornos contenidos en dicha sub-sección.

Cálculo del área reducida (homogeneizada) de la sección completa o de una sub-sección:

$$A_r = \sum A_{ir} \quad \text{Siendo } A_{ir} \text{ el área reducida del contorno } i$$

Cálculo de la posición (U_{gr}, V_{gr}) del centro de gravedad de la sección:

$$U_{gr} = \sum (A_{ir} \cdot U_{gi}) / A_r \quad \text{Siendo } (U_{gi}, V_{gi}) \text{ las coordenadas del c.d.g del contorno } i$$

$$V_{gr} = \sum (A_{ir} \cdot V_{gi}) / A_r \quad (\text{Los ejes } y, z \text{ pasan por el c.d.g: } y_{gr}=0, \quad z_{gr}=0)$$

Cálculo de inercias reducidas de la sección:

$$I_{yr} = \sum I_{yir} + \sum (V_{gr} - V_{gi})^2 \cdot A_{ir} \quad \text{Siendo } I_{yir} \text{ la inercia red. respecto } y \text{ del contorno } i$$

$$I_{zr} = \sum I_{zir} + \sum (U_{gr} - U_{gi})^2 \cdot A_{ir} \quad \text{Siendo } I_{zir} \text{ la inercia red. respecto } z \text{ del contorno } i$$

Las coordenadas del centro de gravedad (U_g, V_g) se calculan en el sistema de coordenadas de la sección (U, V). Por tanto, las coordenadas de g, dependen del sistema de coordenadas elegido.

Las inercias I_y, I_z se refieren al sistema de coordenadas (y, z) paralelo a los ejes (U, V) del sistema de coordenadas de la sección, pasando por el centro de gravedad de la sección. Un desplazamiento del sistema de coordenadas de la sección (U, V) no afecta por tanto al cálculo de inercias I_y, I_z , pero proporcionará unos nuevos valores de (U_g, V_g).

CÁLCULO DE LAS PROPIEDADES DE LA SECCIÓN FISURADA:

En caso de que utilicemos hormigón o materiales que no resistan tracciones, y dependiendo de las acciones actuantes, se producirán fisuraciones que alterarán las propiedades mecánicas de la sección.

El programa permite calcular las propiedades de varias maneras distintas, en función del cálculo que queramos realizar:

- *Sección bruta:* Se utiliza para el cálculo toda la sección definida.
- *Flexión positiva:* Se utiliza para el cálculo todo el acero, y sólo el hormigón por encima de la fibra neutra, que es calculada mediante iteraciones.
- *Flexión negativa:* Se utiliza para el cálculo todo el acero, y sólo el hormigón por debajo de la fibra neutra, que es calculada mediante iteraciones.
- *Tracción:* Sección de hormigón totalmente fisurada. No se utiliza el hormigón de la sección; sólo se utiliza el acero.

El método de cálculo es el mismo que el expuesto en apartados anteriores, pero despreciando la zona fisurada como si no existiera.

En caso de flexión, conocer la zona fisurada requiere un cálculo mediante iteraciones que iguale el momento estático de las zonas por encima y por debajo de la fibra neutra.

CÁLCULO DE LA INERCIA A TORSION:

El cálculo de la inercia a torsión J sólo es calculada por el programa en secciones rectangulares, circulares, cajón y tubo. En el resto de las secciones, es necesario que dicho dato sea introducido por el usuario. Una manera aproximada de hallar la J de una sección cualquiera es calcular la J de la sección circular más grande inscrita dentro de la sección.

Para secciones circulares, es igual a la inercia polar: $J_x = 2 \cdot I = (\pi \cdot R^4)/2$

Para otros tipos de sección maciza, se puede evaluar aproximadamente mediante la formula:

$$J = \text{Area} / (4 \cdot \pi^2 \cdot \text{Momento Polar de Inercia})$$

En secciones huecas cerradas: $J = 4 \cdot A m^2 / \oint (ds/e)$

CÁLCULO DE ESFUERZOS NORMALES ÚLTIMOS DE UNA SECCIÓN

Los diagramas Nu-Muy-Muz podemos obtenerlos con varias vistas y representaciones. Sin embargo el problema se reduce al cálculo de un número finito de puntos de diagrama (cada punto calculado con una posición diferente de la fibra neutra) y luego se utilizarán funciones de dibujo y representación para transformar los resultados de ese conjunto de puntos en el diagrama deseado.

La representación sobre una pantalla de ordenador o el papel (una superficie 2D) se corresponde con un problema geométrico de cálculo de perspectivas que no procede en el presente documento, aunque el usuario si debe conocer que para la representación gráfica los únicos datos son el conjunto de puntos individuales calculados, formados por los valores Nu-Muy-Muz.

El coeficiente de seguridad (CDS) de un conjunto de esfuerzos N_d, M_{yd}, M_{zd} se obtiene como el mínimo valor de:

$$CDS_1 = M_u / M_d$$

$$CDS_2 = N_u / N_d$$

(para tener en cuenta los casos de M_d muy pequeño)

$$CDS = \min(CDS_1, CDS_2)$$

Siendo:

N_u el axil último máximo

M_d la resultante de M_{yd} y M_{zd}

M_u el momento último de la sección para un axil dado N_d .

SIMPLIFICACIONES Y CONDICIONANTES DEL CÁLCULO

SIMPLIFICACIONES:

- Se cumple la ley de Hooke para la relación entre tensión-deformación.
- Diagramas tensión-deformación simplificados, según la definición de los materiales (ver manual de StrMateriales).
- Se cumple la hipótesis de Navier-Bernoulli: La deformación de la sección permanece plana, idéntica a si misma y normal a la fibra media deformada.
- La condición anterior implica que la deformación de armaduras es igual a la del hormigón que las envuelve.
- Sección arriostrada, no sometida a pandeo.
- Deformaciones pequeñas comparadas con las dimensiones de las piezas.
- Los contornos se discretizan en un número finito de franjas rectangulares paralelas a la fibra neutra.
- No se añaden al cálculo armaduras mínimas, u otros elementos que sean necesarios por normativa, si no se han definido dentro de la definición de la sección. Es decir, se calcula exclusivamente la sección definida por el usuario.

CONDICIONANTES:

- *Forma*: Cuerpo en forma de barra, con longitud mayor que las dimensiones de la sección (no válido para piezas muy cortas). Variación de sección lenta y continua a lo largo de la pieza.
- *Material*: Continuo, homogéneo, isótropo y elástico.
- *Acciones*: Aplicación lenta, variación según funciones continuas.

NORMATIVAS:

El procedimiento expresado a continuación cumple los criterios definidos en la Instrucción EHE-08 (art. 42º), aunque puede adaptarse a otras normativas modificando la definición de los materiales.

Los dominios de deformación de relativos al hormigón y a las armaduras son los indicados en la figura 42.1.3 de la Instrucción EHE-08.

En cuanto al acero, el programa se adapta a múltiples normativas en función de las propiedades de los materiales definidas por el usuario.

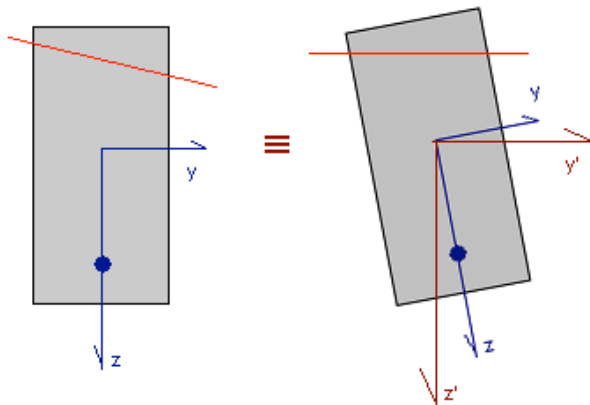
CÁLCULO N_u - M_{uy} - M_{uz} FIJADA UNA POSICIÓN DE LA FIBRA NEUTRA

La fibra neutra la fijamos mediante dos valores:

- Profundidad respecto a la fibra superior de la sección.
- Angulo Θ que forma la fibra neutra con la horizontal.

En caso de que Θ sea distinto de cero:

1. Giramos la sección completa un ángulo $-\Theta$, tendremos otra sección diferente pero con la fibra neutra horizontal.
2. Calculamos y obtenemos N_u - $M_{uy'}$ - $M_{uz'}$ (ver siguiente apartado). Los momentos se obtienen respecto (y', z')
3. Transformamos los resultados al sistema original (y, z) .



Ambos sistemas (y, z) y (y', z') pasan por G. El eje y' es paralelo a la fibra neutra.

Por tanto, el problema se reduce a calcular una sección genérica cualquiera con la fibra neutra horizontal en una profundidad dada y luego transportar el resultado al sistema (y, z) .

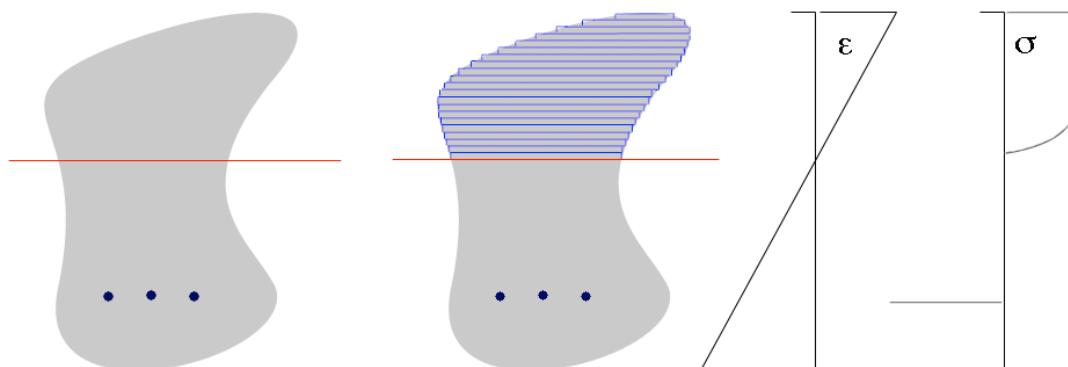
PASOS PARA REALIZAR EL CÁLCULO FIJADA LA FIBRA NEUTRA CUALQUIERA:

Para el cálculo de (N_u, M_{uy}, M_{uz}) fijada una fibra neutra seguimos los siguientes pasos:

1. Orientamos la sección, de forma que obtendremos los resultados iniciales del cálculo en unos ejes (y', z') tales que:
 - Pasan por el c.d.g. de la sección
 - El eje y' es paralelo a la fibra neutra
 - El eje z' es perpendicular a y'
2. Calculamos la deformación última correspondiente a dicha posición de la fibra neutra. La deformación última es la deformación máxima de la sección que podemos lograr antes de que la sección rompa. Depende del valor indicado en la definición de los materiales que forman la sección. Para el caso del hormigón, seguimos el diagrama de pivotes según EHE-Figura 42-I-3.
3. Una vez definida la deformación de la sección obtenemos la curvatura:

$$\chi = \epsilon_{\text{máx}} / d_{fn} \quad (d_{fn} = \text{distancia desde la fibra con } \epsilon_{\text{máx}} \text{ a la f.n.})$$

4. Calculamos las leyes de tensiones correspondientes a cada contorno. Para realizar esta acción, al tratarse de una sección de cualquier forma, dividimos el contorno en un número dado de rebanadas (configurable). Cada rebanada es un rectángulo con los lados mayores paralelos a la fibra neutra. Las rebanadas deben ser lo suficientemente pequeñas como para suponer una deformación constante en toda la rebanada. Aplicando el diagrama tensión-deformación del material, y dada la deformación del punto anterior, obtenemos la tensión de cada rebanada.



5. Calculamos N_u como la suma de los N_i de cada rebanada.

$$N_i = A_{\text{rebanada}} \cdot \sigma_{\text{rebanada}}$$

$$N_u = \sum N_i$$

6. Calculamos M_{uy}' como la suma de los M_{yi} de cada rebanada.
7. Calculamos M_{uz}' como la suma de los M_{zi} de cada rebanada. Los momentos M_{zi} se calculan multiplicando N_i por la distancia desde el c.d.g de la rebanada al eje z' (es decir, la línea perpendicular a la fibra neutra que pasa por el c.d.g. de la sección completa). En secciones simétricas respecto del eje z' , obtenemos $M_{uz}'=0$.
8. Pasamos los resultados obtenidos (N_u , M_{uy}' , M_{uz}') a los ejes (y,z) mediante cálculo vectorial, obteniendo los valores deseados de (N_u , M_{uy} , M_{uz}).

CÁLCULO ELÁSTICO DE SECCIONES SOMETIDA A SOLICITACIONES NORMALES

Análisis elástico bajo solicitaciones normales (Construcción Mixta III.2.)

Para realizar el cálculo elástico de secciones, realizamos el siguiente proceso:

1. Obtenemos la sección reducida o ideal, dividiendo los anchos de la sección real por el coeficiente de equivalencia $n=E_s/E$ de cada fibra.
2. Calculamos las constantes estáticas de dicha sección ideal: A_r , x_{gr} , I_r
3. Las relaciones entre esfuerzos N, M_{gr} (referidos al c.d.g. de la sección reducida gr) y deformaciones globales de la sección, son las mismas de la Resistencia de Materiales, adoptando como directriz la línea baricéntrica de éste ($x_d=x_{gr}$) y suponer un módulo de elasticidad uniforme igual a E_s .

$$N = E_s \cdot A_r \cdot \epsilon_{gr} \quad ; \quad \epsilon_{gr} = N / (E_s \cdot A_r)$$

$$M = M_{gr} = E_s \cdot I_r \cdot \chi \quad ; \quad \chi = M_{gr} / (E_s \cdot I_r)$$

$$\epsilon(x) = \epsilon_{gr} + (x - x_{gr}) \cdot \chi$$

4. Partiendo de los esfuerzos N, M_{gr} las tensiones se calculan igual que en la Resistencia de Materiales. Tensión de una fibra x cualquiera:

$$\sigma = 1/n \cdot [N/A_r + M_{gr} \cdot (x - x_{gr}) / I_r]$$

En el caso de cargas sucesivas, sumamos los estados tensionales en el orden de aplicación de las cargas.

Consideración de deformaciones diferidas en el hormigón (Construcción Mixta III.3)

Para solicitaciones instantáneas (o breve duración) en el instante inicial o final, y para otro tipo de solicitaciones en el instante inicial calculamos con constantes tipo 'o':

$$n_{co} = E_s / E_c \quad \text{Constantes 'o': } A_{ro}, I_{ro}, x_{gro}$$

Para esfuerzos de larga duración, por efecto de la fluencia, se altera el estado tensional de los materiales, tendiendo a descargar el hormigón y a sobrecargarse el acero. Para simplificar el análisis se efectúa una hipótesis aproximada de que la diferencia de los esfuerzos a lo largo del tiempo respecto a los valores iniciales evolucionan de modo proporcional al coeficiente de fluencia ϕ_t .

De esta forma, el estado tensional de las secciones de una estructura mixta bajo acciones permanentes, lo obtenemos por superposición de los estados parciales correspondientes a dos tipos de esfuerzos:

- Esfuerzos tipo '1': Constante en todo el intervalo de carga
- Esfuerzos tipo '2': Inicialmente nulos, con variación afín al coeficiente de fluencia, sólo en estructuras hiperestáticas.

$$n_{c1} = (1 + j_1) \cdot n_{co} \quad \text{Empleado para calcular constantes tipo 1}$$

$$n_{c2} = (1 + j_2) \cdot n_{co} \quad \text{Empleado para calcular constantes tipo 2}$$

Por tanto, para el cálculo diferido:

- En el caso de acciones instantáneas (sobrecargas), el cálculo diferido tiene el mismo resultado que en el cálculo a tiempo inicial, y se realiza con constantes 'o'.
- En el caso de acciones permanentes, aplicadas sobre la sección completa, el calculo diferido se realiza por el mismo procedimiento, pero con constantes 'I'.
- En el caso de acciones permanentes Nd,Md, aplicadas sobre una sección intermedia, será necesario realizar una redistribución de tensiones. Por ello, el cálculo de tensiones es la suma de 3 estados (reaplicación):
 1. Cálculo con la acción permanente, con constantes 'I', sobre la sección intermedia.
 2. Cálculo aplicando N₂,M₂, con constantes '2', sobre la sección intermedia
 3. Cálculo aplicando -N₂, -M₂' con constantes '2', sobre la sección total

Siendo N₂,M₂ los esfuerzos de bloqueo que se calculan:

$$N_2 = \Delta \varepsilon_{g2} \cdot E_s \cdot A_{r2} = (\varepsilon_{g2,o} - \varepsilon_{g2,I}) \cdot E_s \cdot A_{r2}$$

$$M_2 = \Delta \chi / (E_s \cdot I_{r2}) = (\chi_o - \chi_I) / (E_s \cdot I_{r2})$$

$$M_2' = M_2 + N_2 \cdot (x_{g2} - x_{g2}')$$

E_s = Modulo de elasticidad de homogeneización (normalmente E del acero)

A_{ro}, I_{ro}, x_{go} Calculadas con constantes o, en la sección intermedia

A_{ri}, I_{ri}, x_{gi} Calculadas con constantes I, en la sección intermedia

A_{r2}, I_{r2}, x_{g2} Calculadas con constantes 2, en la sección intermedia

A_{r2'}, I_{r2'}, x_{g2'} Calculadas con constantes 2, en la sección total

ε_{g2,o} = Deformación en la fibra x_{g2} calculada con constantes o.

$$\varepsilon_{g2,o} = \varepsilon_{go} + (x_{g2} - x_{go}) \cdot \chi_o = N_d / (A_{ro} \cdot E_s) + (x_{g2} - x_{go}) \cdot \chi_o$$

ε_{g2,I} = Deformación en la fibra x_{g2} calculada con constantes I.

$$\varepsilon_{g2,I} = \varepsilon_{gi} + (x_{g2} - x_{gi}) \cdot \chi_I = N_d / (A_{ri} \cdot E_s) + (x_{g2} - x_{gi}) \cdot \chi_I$$

$$\chi_o = M_d / (I_{ro} \cdot E_s)$$

$$\chi_I = M_d / (I_{ri} \cdot E_s)$$

Análisis de los efectos de la retracción del hormigón (Construcción Mixta III.3.2)

El estado tensional correspondiente a la retracción se obtiene por superposición de los estados parciales siguientes:

- a) Axil N_t actuando en el hormigón que anula los acortamientos de retracción ϵ'_{cst} . Ctes o.

$$\sigma = N_t / A_c = N_t / (A_{rc} \cdot n_{co})$$

- b) Reaplicación de esfuerzos contrarios en la directriz de la sección total final reducida:

$$N = - N_t \quad M_{gr} = (x_{gro} - x_{gco}) \cdot N_t$$

La reaplicación se realizará sobre sección con ctes (o), en caso de que N_t se calcule con el método 1, o con constantes (2) si N_t se calcula mediante los métodos 2 ó 3. Los métodos de cálculo de N_t se explican al final de este apartado.

- c) Esfuerzos hiperestáticos de retracción, si los hay. (Estos deberán ser introducidos por el usuario como un incremento de carga adicional, del tipo carga permanente tipo 2).

Los esfuerzos de retracción son nulos a tiempo inicial, y alcanzan la suma a)+b)+c) en el estado final.

Normalmente los esfuerzos de retracción supondrá una tracción (en realidad una reducción de la compresión) del hormigón y un incremento de las tensiones en el acero.

A efectos de cálculo, incluso en el caso de fisuración total por retracción del hormigón, es recomendable usar el N_t calculado en base al área total A_c de hormigón. Por ello, el programa supone la sección de hormigón NO FISURADA a efectos del cálculo de la retracción.

El programa en realidad pide el valor de $[\epsilon'_{cst}/\phi_t]$ para tener en cuenta el efecto reductor que produce la fluencia sobre los progresivos esfuerzos de bloqueo de la retracción a medida que ésta se desarrolla en el tiempo.

El cálculo de N_t corresponde al criterio aproximado 1 descrito en Construcción Mixta III.2. Pueden calcularse valores más precisos utilizando los criterios 2 ó 3 de dicho texto, si el usuario introduce directamente la retracción como suma de 2 estados: Axil de tracción sobre la sección que retrae, calculado según III.2.4 y III.2.6 respectivamente y reaplicación en la sección total con constantes 2.

Cálculo de N_t : (Construcción Mixta III.3.2)

Método 1: $N_t = E_c \cdot A_c \cdot [\epsilon'_{cst}/\phi_t] = E_s \cdot A_{cr(o)} \cdot [\epsilon'_{cst}/\phi_t]$ Reaplicar con $c_{tes(o)}$

$$N_{\infty} = E_c \cdot A_c \cdot [\epsilon'_{cst}/\phi_{\infty}] = E_s \cdot A_{cr(o)} \cdot [\epsilon'_{cs\infty}/\phi_{\infty}] \quad C_{tes(o)}$$

Método 2: Se supone $N_t \approx c_{te} \cdot \phi_t$

$$N_t = E_c \cdot A_c \cdot \epsilon'_{cst} / (1 + \Psi_{It} \cdot \phi_t) = E_s \cdot A_{cr(o)} \cdot \epsilon'_{cst} / (1 + \Psi_{It} \cdot \phi_t) \quad C_{tes(2)}$$

$$N_{\infty} = E_s \cdot A_{cr(o)} \cdot \epsilon'_{cs\infty} / (1.2 + 0.5 \cdot \phi_{\infty}) \quad C_{tes(2)}$$

Método 3: Se supone $\epsilon'_{cst} \approx c_{te} \cdot \phi_t$

$$N_{\infty} \approx E_s \cdot A_{cr(o)} \cdot \epsilon'_{cs\infty} / (1 + 0.7 \cdot \phi_{\infty}) \quad C_{tes(2)}$$

Tal como se ha indicado, el programa calcula N_t usando el método 1 y reaplicando con $c_{tes(o)}$.

Cálculo de tensiones de origen térmico (Construcción Mixta III.6)

Se calcula de una manera análoga a la retracción, aunque no intervienen deformaciones diferidas, por lo que en este caso calcularemos con constantes α .

El estado tensional correspondiente a incrementos de temperatura se obtiene por superposición de los estados parciales siguientes:

- a) Axil N_t actuando en la sección parcial i que sufre el ΔT que anula las dilataciones térmicas. Ctes α .

$$\sigma = N_t / A_i \qquad N_t = E_i \cdot A_i \cdot \alpha \cdot \Delta T = E_s \cdot A_{ir(o)} \cdot \alpha \cdot \Delta T$$

- b) Reaplicación de esfuerzos contrarios en la directriz de la sección total final reducida, con constantes tipo α .

$$N = - N_t \qquad M_{gr} = (x_{gro} - x_{gio}) \cdot N_t$$

(Esfuerzos referidos a la fibra baricéntrica $x=x_{gro}$)

- c) Esfuerzos hiperestáticos de retracción si los hay. (Estos deberán ser introducidos por el usuario como un incremento de carga adicional, del tipo sobrecarga).

El programa, al igual que en el caso de la retracción, aborda el cálculo del análisis térmico en la hipótesis de NO FISURACIÓN, incluso si el resto del cálculo es con fisuración, debido a que una eventual fisuración del hormigón reduciría su rigidez y cambiaría los esfuerzos internos de bloque perfecto que surge precisamente como consecuencia de la rigidez que se opone a la libre deformación.

Cálculo con fisuración (Construcción Mixta III.9)

En el caso de que se produzcan tensiones de tracción en el hormigón y se aplique un cálculo con fisuración, es necesario calcular de nuevo las constantes estáticas, ignorando la parte traccionada. Esto da lugar a una nueva situación en que pueden aparecer tracciones de nuevo, o bien compresiones en zonas despreciadas anteriormente, por lo que entramos en un proceso iterativo hasta dar con la solución adecuada.

En caso de que dispongamos de un conjunto de cargas aplicadas secuencialmente, la sección de cálculo es la correspondiente a la obtenida tras aplicar todas las cargas. Es decir, no podemos tener para cada carga una sección diferente y luego aplicar una superposición de estados.

Es definitiva se debe trabajar con los esfuerzos globales (no es válido superponer las tensiones o deformaciones correspondientes a esfuerzos parciales).

La fluencia del hormigón provoca que en el cálculo diferido dispongamos de una sección de cálculo diferente que en el cálculo a tiempo inicial.

Resumen de criterios de cálculo:

	T. INICIAL	T. FINAL	OBSERVACIÓN
Sobrecarga (Nd, Md)	AP (o)	AP (o)	Siempre (o) AF=AP
Carga permanente sobre ST, (Nd, Md)	AP (o)	AP (i)	No es necesaria la reaplicación. AF=AP=ST
Carga permanente sobre AP (Nd, Md)	AP (o)	a) AP (i) b) N,M en AP=AF (2) c) -N,M' en ST (2)	N,M: Esfuerzos para compensar la diferencia de deformada entre (o) y (i). Si AP metálica, N=o, M=o AF=AP
Retracción	(nada)	a) N en AP (o) b) -N,-M en ST (o)	N,M: Esfuerzos que anulan la deformación de retracción del hormigón.
Térmica	a) N en AP (o) b) -N,-M en AF (o)	a) N en AP (o) b) -N,-M en ST (o)	En t.final forzamos AF=ST Siempre es sobrecarga
Pretensado Preconexión (Afecta a sección intermedia)	a) Np en AP (o) b) -Np,M en AF (o)	a) Tensiones iniciales b) Np'', M'' aplicada sobre sección total (2) c) Tracciones en el hormigón (sección afectada) (o).	Np = N pretensado * Cos(alfa) Np'=Np * fi/(1+0.7fi) Np''=Np'-Relajación M=Np*(XGpret-XGRO) M' y M'', calculado con Np' y Np''
Pretensado Postconexión (afecta a sección total)	a) Np en AP (o) b) -Np,M en AF'(o)	a) Np en AP(o) b) -Np', M' sobre ST(i)	Np = N pretensado * Cos(alfa) N'p = Np - Relajación AF' = AF sin armadura activa

(o): Cálculo con constantes o

(i): Cálculo con constantes i

(2): Cálculo con constantes 2

ST: Sección total.

AP: Sección de aplicación de carga.

AF: Sección afectada según datos.

En cargas instantáneas, la sección de aplicación de la carga es la sección afectada: AP=AF.